



# Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Tercer selectivo

Día 1

## Instrucciones

- Tienes 3.5 horas para resolver este examen.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).

**Problema 1:** Encuentra el total de quintetas ordenadas de enteros no negativos  $(a, b, c, d, e)$  tales que

$$a + b + c + d + e = 100.$$

Además que  $a \geq 50$ ,  $b \geq 21$  y  $10 \leq d \leq 12$ . [7 pts]

**Problema 2:** Sea  $ABCD$  un cuadrilátero cíclico con  $AB = BC$ . Sea  $M$  un punto en el arco de menor longitud  $CD$  del circuncírculo de  $ABCD$ . Las rectas  $BM$  y  $CD$  se cortan en el punto  $P$  y las rectas  $AM$  y  $BD$  en el punto  $Q$ . Demuestra que  $AC$  es paralela a  $PQ$ . [7 pts]

**Problema 3:** Determina todas las parejas de enteros positivos  $(a, b)$  tales que  $a - b$  es un número primo y  $ab$  es un cuadrado perfecto [7 pts]